Rattrapage du module : Radio-biologie
Master 2 Physique - Option : Biophysique et Imagerie
Durée de l'épreuve : 2H00.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Sans moyen de communication, Sans document
Le 10 Mai 2015.

Exercice 01 (4 pts)

Le comportement de l'aimantation macroscopique d'une population de spin en présence d'un champ magnétique excitateur B_1 et sous l'influence des phénomènes de relaxations magnétiques nucléaires est régi par l'équation de *Bloch*, donnée par l'expression :

$$\dot{M} = \gamma M \wedge B^{eff} - R\,(M - M_0) \tag{1}$$

R est la matrice de relaxation qui s'écrit :

$$R = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_1} \end{pmatrix} \tag{2}$$

1. Établir les composantes de l'aimantation $\dot{M}$.
2. Commenter la nature du mouvement.

Note : *Les composantes du champ magnétique effectif dans ce référentiel sont données par :*

$$\begin{cases} B_x = B_1 \cos(\phi) \\ B_y = B_1 \sin(\phi) \\ B_z = -\dfrac{\Omega_0}{\gamma}. \end{cases} \tag{3}$$

Exercice 02 (6 pts)

A tout moment de spin $\vec{S}$ est associé un moment magnétique $\vec{\mu}$ qui lui est colinéaire et proportionnel : $\vec{\mu} = \gamma \times \vec{S}$. Classiquement, l'énergie d'interaction entre un moment magnétique $\vec{\mu}$ et un champ magnétique d'intensité B_0 est de la forme $-\mu \times B_0$:

1. Exprimer le moment magnétique en fonction de e_N (charge du noyau) et de m_N (la masse du noyau).
2. Établir l'équation différentielle régissant le mouvement du moment magnétique soumis à un champ magnétique statique B_0 dirigé selon z.
3. En déduire l'expression de la fréquence de précession.
4. Calculer en eV l'écart énergétique entre les deux niveaux du proton, pour un champ $B_0 = 1.5\ T$. Comparer à $k_B T$ à 300 K. Conclure.

Données : $\gamma = 2.67 \times 10^8\ rad\ T^{-1} s^{-1}$, $\hbar = 1.03 \times 10^{-34}\ J\ s$, $k_B = 1.38 \times 10^{-23}\ J/K$ *et* $1\ eV = 1.60 \times 10^{-19}\ J$.

Exercice 03 (4 pts)

Soit un cube rempli d'eau placé dans un champ magnétique d'intensité B_0.

1. Quel est le spectre RMN pour un champ magnétique B_0 parfaitement homogène ?
2. Quel est le spectre RMN pour un champ magnétique B_0 variant linéairement dans la direction d'une des arêtes du cube ($B_0(x) = B_0 + x \times G_x$; la quantité G_x est dénommée gradient de champ). Montrer que le spectre est une réplique de la forme de l'objet.
3. L'expérience précédente correspond au principe de l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM). Quel est le spectre obtenu pour un tube rempli d'eau et comportant en son centre un cylindre d'un matériau dépourvu de spins nucléaires et un champ $B_0(x) = B_0 + x \times G_x$ (On supposera que la direction x est perpendiculaire à l'axe du cylindre) ? Comment pourrait-on obtenir une image à trois dimensions ?

Exercice 04 (3.5 pts)

En imagerie RMN, la largeur de la bande passante (de largeur spectrale $\Delta\omega$ autour de la fréquence de résonance ω_0) du pulse d'excitation et l'amplitude du gradient de sélection déterminent l'épaisseur d'une coupe anatomique.

1. Quelle est l'intensité du champ magnétique total "perçue" par les spins (aimantations) en présence du gradient G_z ?
2. Déterminer l'intervalle de fréquences des aimantations sélectivement excitées. Quel est l'état des aimantations qui sont en dehors de cet intervalle.
3. Démontrer la relation donnant l'épaisseur d'une coupe anatomique en fonction du G_z et de $\Delta\omega$. Commenter.

4. Calculer cette épaisseur de coupe (en μm) pour un $G_z = 1\, mT/m$ et $\Delta\nu_0 = 4\, kHz$.

Question de cours (2.5 pts)

1. Démontrer, pour le proton (I = 1/2), le module de l'aimantation nucléaire macroscopique : $M = N\gamma^2\hbar^2 \dfrac{B_0}{4k_BT}$.

On donne :

$$M = N\gamma\hbar \frac{\displaystyle\sum_{m=-I}^{I} m \exp\left(\frac{-E_m}{K_BT}\right)}{\displaystyle\sum_{m=-I}^{I} \exp\left(\frac{-E_m}{K_BT}\right)} \tag{4}$$

Avec, $E_m = \hbar \times \omega_0$.