



ANALYSE DE DONNEES DE PRECIPITATIONS PAR APPROCHE MARKOVIENNE

LAZRI M.¹, AMEUR S.¹, HADDAD B.²

¹ laboratoire d'analyse et de modélisation des phénomènes aléatoires LAMPA,
Département d'électronique, Université de Tizi-Ouzou, Algérie
m_lazri@yahoo.fr / ameursoltane@yahoo.com

² USTHB, ALGER
h_boualem@hotmail.com

RESUME

Dans cet article, nous présentons une technique d'analyse des précipitations dans le nord de l'Algérie par un modèle markovien. Pour ce faire, nous avons utilisé une série d'images collectées durant le mois de janvier 2001 par le radar météorologique de Sétif. Ces dernières ont été utilisées pour construire des séries chronologiques de précipitations aussi bien sur terre que sur mer. En utilisant un modèle markovien, nous avons pu montrer dans un premier temps, que les échos de précipitations sont bien décrits par une chaîne de *Markov* d'ordre un à deux états, à savoir "présence de précipitation" et "absence de précipitation". Dans un second temps, nous avons augmenté l'ordre du modèle afin de mieux apprécier l'influence du passé sur le comportement du phénomène. Ainsi, en modélisant ce dernier par une chaîne de *Markov* du second ordre, nous avons obtenu une meilleure description des précipitations. En effet, les probabilités à priori et les probabilités stationnaires que nous avons calculées sont quasiment identiques.

Mots clés : image, radar météorologique; précipitation; chaîne de *Markov*.

INTRODUCTION

Plusieurs techniques statistiques permettant d'analyser des données de précipitations collectées par des réseaux de pluviomètres ont été publiées dans la littérature (*Arnaud*, 1985; *Billingsley*, 1960; *Mares*, 1976). La technique la

plus utilisée reste néanmoins celle basée sur les chaînes de *Markov* qui a été très largement utilisée pour l'analyse des précipitations (*Lady*, 1974; *Mares*, 1976, 1989, 1993; *Hess and al.*, 1989; *Liana et Elena*, 2004; *Chèze et Jourdain*, 2003). Cependant, les précipitations sont l'un des paramètres météorologiques les plus difficiles à analyser à cause de leur forte variabilité spatiale et temporelle. En Algérie, les données de précipitations pluviométriques ne sont pas disponibles à des échelles spatio-temporelles fines. En effet, seuls 69 stations de mesure sont implantées sur le territoire national. De plus, ces données ne sont mesurées qu'à l'échelle de la journée, ce qui est insuffisant pour une étude à une échelle appropriée. Pour pallier cet inconvénient, nous avons utilisé des données collectées par un radar météorologique. En effet, ce dernier est l'un des instruments le plus utilisé de par le monde pour l'observation météorologique. Il permet une couverture continue des champs de précipitations dans le temps et dans l'espace. Le radar côtier offre l'avantage particulier d'être un instrument qui permet d'étudier le comportement des précipitations aussi bien sur la mer, sur la côte que sur le continent. Les données collectées par ce type de radars permettent de localiser et de suivre des champs de précipitations. Elles sont aussi largement utilisées pour les besoins hydrologiques et dans la prévention des catastrophes naturelles. Ainsi, Une bonne description stochastique des précipitations peut aider notamment à la détection et à l'évaluation des situations à risques. Dans les prochaines sections nous présenterons un modèle markovien de premier et de second ordre permettant de décrire, à une échelle spatio-temporelle fine, l'activité des précipitations.

DONNEES UTILISEES

Les données utilisées sont constituées d'une série de 3000 images collectées par le radar météorologique de Sétif (Algérie). Ce radar côtier, situé à une latitude de 36°N, une longitude de 5°E et une altitude de 1033m, enregistre une image de taille 512x512 pixels toutes les quinze minutes. Chaque pixel codé sur quatre bits a une résolution de 1 km². Le paramètre physique représentatif de l'image radar est le facteur de réflectivité noté *Z* exprimé en (*dBZ*). Notons que la conversion du facteur de réflectivité *Z* en intensité de précipitations *R* (*mm/h*) est obtenue par la relation suivante (*Sauvageot*, 1992) :

$$Z = aR^b \quad (1)$$

où *a* et *b* sont des constantes qui dépendent du type de précipitations. Pour le radar de Sétif : *a*=300 et *b*=1,5.

Les caractéristiques techniques du radar que nous avons utilisées sont données par le tableau 1.

Tableau 1 : Caractéristiques techniques du radar de Sétif

	Radar de Sétif
Longueur d'onde (cm)	5,5
Puissance crête (kw)	250
Fréquence de répétition (Hz)	250
Durée de l'impulsion (us)	4
Ouverture du faisceau (3dB)(°)	1,1

METHODOLOGIE

Choix des zones d'étude

Afin de permettre une bonne analyse spatiale des données de précipitations, chaque image radar a été subdivisée en deux zones d'étude correspondant respectivement à la mer et au continent (Figure 1). Sur ces zones de $0,5^\circ$ de longitude et $0,5^\circ$ de latitude, aucune station pluviométrique n'est disponible, d'où l'intérêt d'utiliser des images radar.

Construction des séries chronologiques des précipitations

Pour construire notre base de données, nous avons représenté les données de précipitations observées en zone "Terre" et en zone "Mer" par des séries chronologiques composées de deux états, à savoir l'état précipitant et l'état non précipitant. Pour décrire tous les états observés durant la période d'étude, nous avons tracé des courbes montrant l'évolution du facteur de réflectivité moyenne en fonction de la période d'observation dans les deux zones d'étude (Figure 2, a et b). Rappelons que ces données ont été acquises avec un pas de quinze minutes.

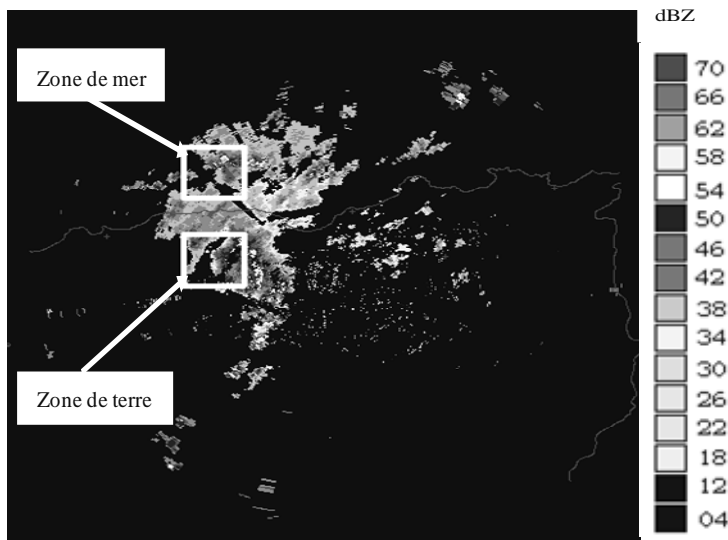
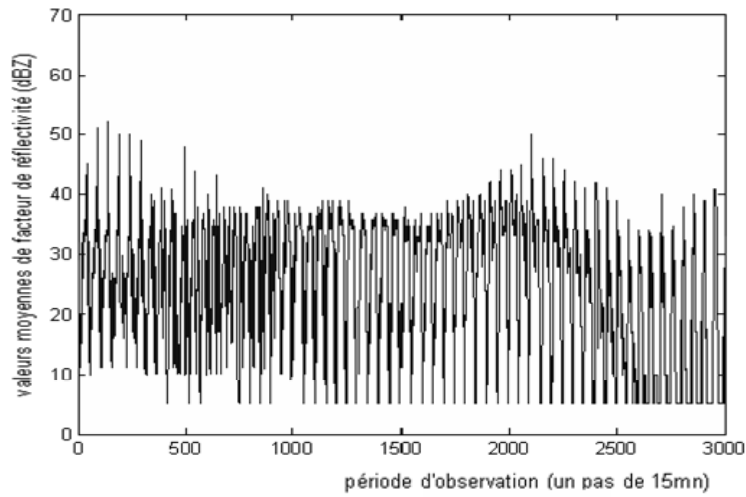
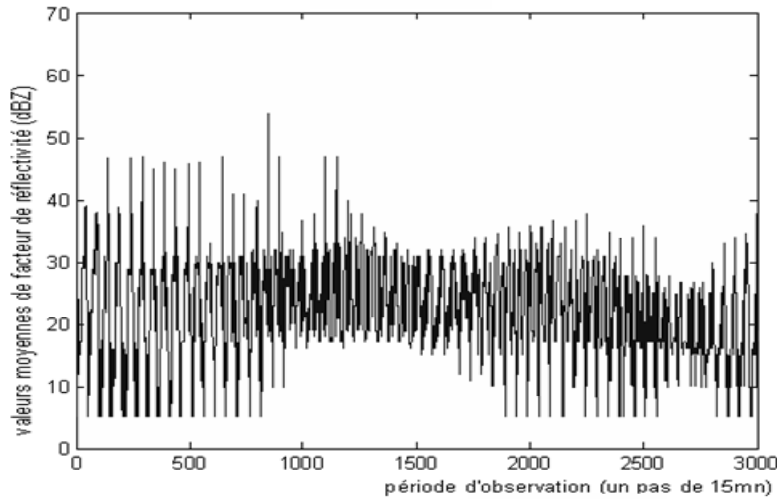


Figure 1: Zones d'étude sur l'image radar.



a) Terre

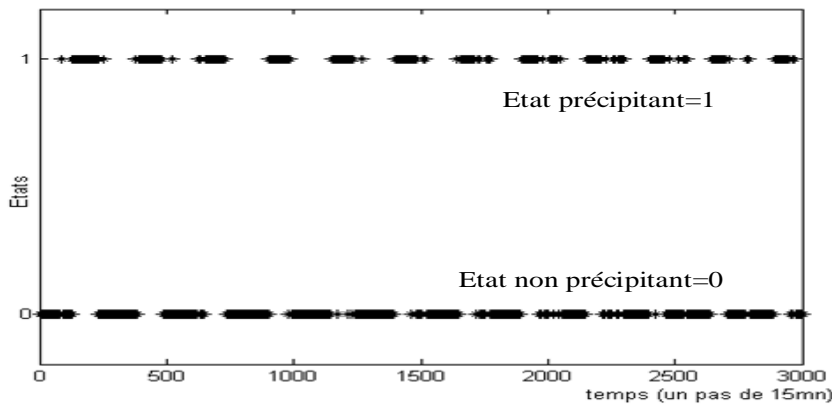


b) Mer

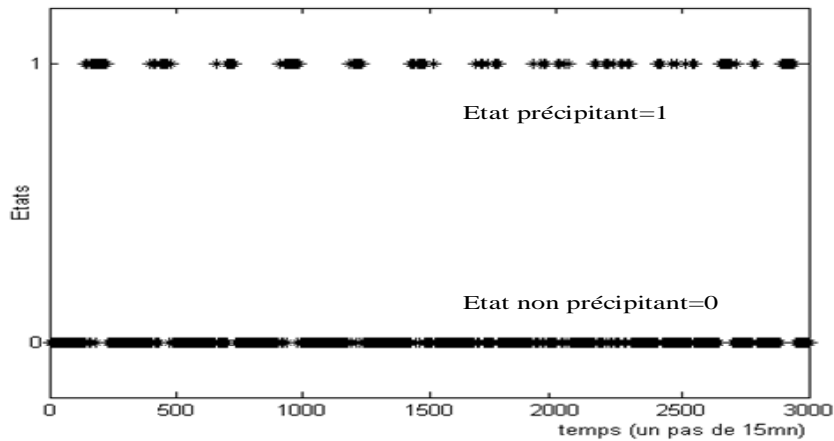
Figure 2: Valeurs moyennes du facteur de réflectivité en fonction de la période d'observation.

En utilisant une classification par seuillage, nous avons alors obtenu les séries chronologiques binaires (figure 3, a et b). Notons que le seuil de référence de 23,3 *dBZ* que nous avons choisi correspond à la moyenne des précipitations mesurées par radar durant le mois de janvier 2001. Pour opérer cette classification, nous avons procédé comme suit :

Considérant $E(n)$ la variable qui décrit l'état de la zone à l'instant n . Une zone est considérée précipitante à l'instant t [$E(t) = 1$] si sa moyenne $M(t)$ calculée en *dBZ* à cet instant est supérieure ou égale au seuil de référence S . Elle est considérée comme non précipitante [$E(t) = 0$] si sa moyenne $M(t)$ est inférieure au seuil S .



a) Terre



b) Mer

Figure 3 : Séries chronologiques de précipitations à deux états.

Chaîne de Markov à deux états d'ordre 1

Rappelons que pour une chaîne de Markov du premier ordre, l'état de la variable $E(t)$ à l'instant t ne dépend que de son état à l'instant $(t-1)$. Ainsi, nous avons quatre situations :

$$\begin{aligned}
 p_{00} &= pr(E(t+1) = 0 / E(t) = 0) \\
 p_{01} &= pr(E(t+1) = 1 / E(t) = 0) \\
 p_{10} &= pr(E(t+1) = 0 / E(t) = 1) \\
 p_{11} &= pr(E(t+1) = 1 / E(t) = 1)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

où p_{ij} est la probabilité d'aller à l'état j sachant qu'on se trouve à l'état i . Ces probabilités ont été calculées en utilisant la relation suivante :

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \text{ avec } i \text{ et } j = 0 \text{ ou } 1
 \tag{3}$$

où N_{ij} est le nombre de transition de l'état i à l'état j et N_i le nombre de transitions de l'état i vers tout autre état.

Chaîne de Markov à deux états d'ordre 2

Rappelons que pour une chaîne de Markov d'ordre 2, l'état de la variable $E(t)$ à l'instant t dépend de son état $E(t-1)$ à l'instant $(t-1)$ ainsi que de son état $E(t-2)$

à l'instant $(t-2)$. La probabilité d'avoir cet état peut s'écrire :

$$p_{ijk} = pr(E(t) = k / E(t-1) = j, E(t-2) = i) \quad (4)$$

où p_{ijk} représente la probabilité conditionnelle d'avoir un doublet d'états (j,k) succédant au doublet d'états (i, j) et $i, j, k = 0$ ou 1 . Cette probabilité est calculée en utilisant la relation suivante :

$$p_{ijk} = \frac{N_{ijk}}{N_{ij}} \quad (5)$$

où N_{ijk} est le nombre de transitions du doublet d'états (i, j) au doublet d'états (j,k) .

Simulation par une chaîne de *Markov* d'ordre un et d'ordre deux

Pour une chaîne de *Markov* d'espace d'états fini et de matrice de transition T , l'évolution au cours du temps de la loi de probabilité initiale $Q(0)$ est donnée par :

$$Q(n) = TQ(n-1) = \dots = T^n Q(0) \quad (6)$$

où $Q(n)$ est le vecteur de probabilité à l'instant n . Le vecteur de probabilité est donné comme suit :

$$Q(t) = [pr(E(t)=0) \ pr(E(t)=1)] \text{ pour l'ordre 1}$$

$$Q(t) = \left[\begin{array}{cc} pr((E(t), E(t+1)) = (0,0)) & pr((E(t), E(t+1)) = (0,1)) \\ pr((E(t), E(t+1)) = (1,0)) & pr((E(t), E(t+1)) = (1,1)) \end{array} \right] \text{ pour l'ordre 2}$$

Afin de tester notre modèle, nous avons comparé les probabilités stationnaires estimées par les chaînes de *Markov* et les probabilités à priori. Les probabilités à priori d'ordre 1 sont calculées en utilisant la relation suivante :

$$P_i = \frac{M_i}{M} \quad (7)$$

où M_i est le nombre d'états i dans la chaîne et M la longueur de la chaîne.

Pour l'ordre deux, les probabilités à priori sont calculées en appliquant la relation suivante :

$$P_{(i,j)} = \frac{M_{(i,j)}}{M-1} \quad (8)$$

où M représente la longueur de la chaîne, $N_{(i,j)}$ est le nombre de doublets d'états (i, j) dans la chaîne.

APPLICATION AUX DONNEES DE PRECIPITATIONS

Les modèles de chaînes de *Markov* d'ordre un et d'ordre deux ont été appliqués aux séries chronologiques de la figure 3 tout en fixant les hypothèses suivantes :

- i. L'espace d'état est décrit par les états 0 et 1 (0 : présence de précipitation; 1: absence de précipitation) pour l'ordre un et les doublets d'états (0,0/0,1/1,0/1,1) pour l'ordre deux : il s'agit d'une chaîne de *Markov* à espace d'états fini.
- ii. L'évolution de phénomène est aléatoire: il s'agit d'un processus stochastique.
- iii. L'évolution future ne dépend que du présent pour l'ordre 1 et du présent et passé immédiat pour l'ordre 2; il vérifie la propriété de *Markov* (absence de mémoire) : il s'agit d'une chaîne de *Markov*.
- iv. Les évolutions possibles d'un instant à l'instant suivant ne dépendent pas du temps; le système vérifie la propriété d'homogénéité : il s'agit d'une chaîne de *Markov* homogène.

Les résultats obtenus sont présentés ci-après en deux parties. La première partie présente les résultats obtenus en utilisant l'hypothèse des chaînes de *Markov* d'ordre 1, tandis que la deuxième partie mettra en évidence les résultats de l'application des chaînes de *Markov* d'ordre 2.

Résultats du modèle markovien d'ordre 1

Les résultats obtenus, en appliquant la chaîne de *Markov* d'ordre 1 à deux états décrite précédemment pour chaque zone d'étude, sont donnés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Matrices de transitions d'ordre 1 en zone de terre et en zone de mer.

Chaîne de <i>Markov</i> d'ordre 1.				
Zones d'étude	p_{00} (%)	p_{01} (%)	p_{10} (%)	p_{11} (%)
Terre	88,2	11,8	40,9	59,1
Mer	90,9	09,1	39,2	60,8

Nous constatons que pour les deux zones et quel que soit l'état initial, la probabilité de retrouver le même état à l'instant suivant est plus forte que celle d'avoir un état contraire. Ces probabilités sont interprétées de la façon suivante :

- i. Si un état est non précipitant, la probabilité pour qu'il soit suivi d'un état précipitant est plus faible en zone "Mer" qu'en zone "Terre".

- ii. De même, la probabilité d'avoir un état précipitant succédant à un état non précipitant est plus faible en zone "Mer" qu'en zone "Terre".
- iii. En zone "Mer", la probabilité d'avoir un état non précipitant après un état non précipitant est plus forte qu'en zone "Terre".
- iv. Par contre, la probabilité d'avoir un état précipitant faisant suite à un état précipitant est élevée en zone "Terre" qu'en zone "Mer".

La figure 4(a et b) illustre l'évolution des distributions de probabilités des deux états non précipitant et précipitant dans les deux zones. Ces courbes ont été obtenues par la relation (6).

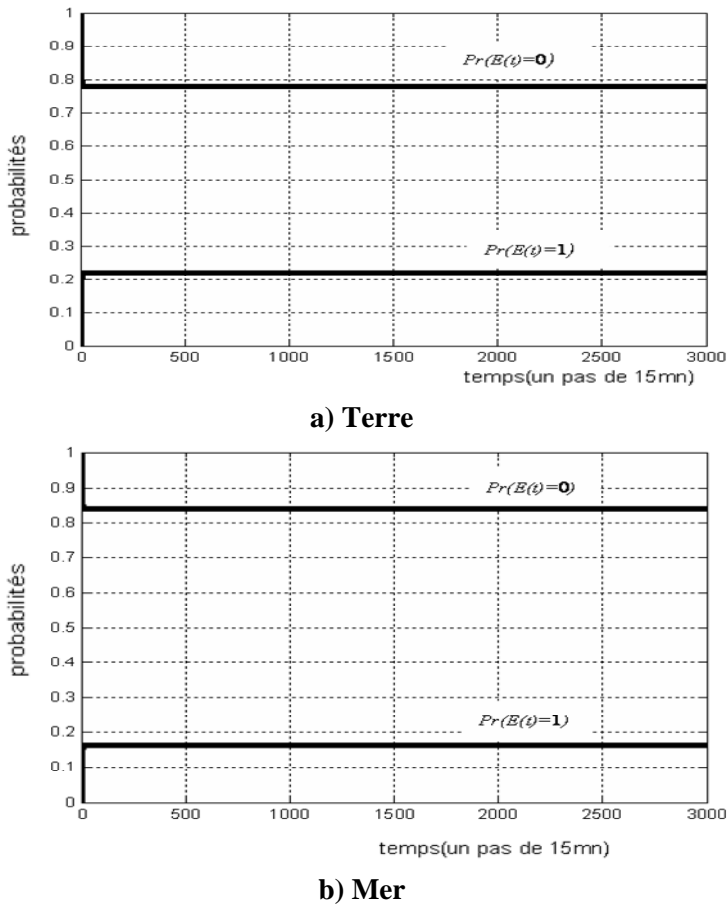


Figure 4 : Evolution des distributions de probabilités.

Sur la figure 4, nous constatons que la probabilité d'avoir un état précipitant est faible en zone "Mer" et en zone "Terre". Notons que pour cet état, la probabilité

est cependant plus faible en zone "Mer" qu'en zone "Terre". Par contre, pour le cas non précipitant, les valeurs des probabilités sont assez élevées pour les deux zones mais plus importantes en zone "Mer" qu'en zone "Terre". La figure 4 montre aussi que la distribution tend vers une probabilité stationnaire.

Les probabilités à priori calculées par l'équation (7) ainsi que les probabilités stationnaires estimées à partir de la chaîne de *Markov* sont données dans le tableau 3. Nous constatons que les probabilités à priori et les probabilités stationnaires sont presque identiques.

Tableau 3 : Probabilités stationnaires et à priori.

Probabilités	Zone de terre		Zone de mer	
	P_0	P_1	P_0	P_1
Probabilités stationnaires (%)	77,8	22,2	83,8	16,2
Probabilités à priori (%)	78,8	21,2	84,8	15,2

Résultats du modèle markovien d'ordre 2

Dans le cas du modèle markovien d'ordre deux, la matrice de transition de chaque zone d'étude a été calculée en utilisant la relation (5). Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 4.

Tableau 4 : Matrices de transitions d'ordre 2.

Chaîne de <i>Markov</i> d'ordre 2								
Zones	P_{000} (%)	P_{001} (%)	P_{010} (%)	P_{011} (%)	P_{100} (%)	P_{101} (%)	P_{110} (%)	P_{111} (%)
Terre	91,0	9,0	44,4	55,6	66,7	33,3	38,5	61,5
Mer	93,5	6,5	20,0	80,0	90,1	9,9	36,4	63,6

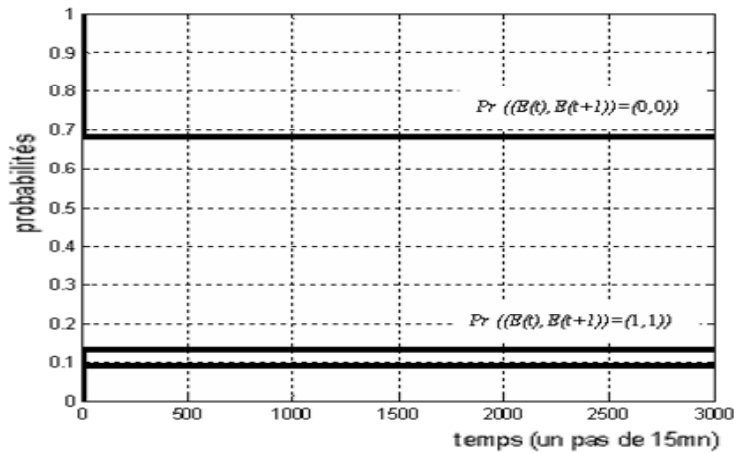
Nous constatons que, comme pour l'ordre 1, pour les deux zones et quel que soit l'état initial, la probabilité d'avoir une reconduction d'un état aux instants suivants est élevée.

Sur les deux zones, nous tirons les conclusions suivantes :

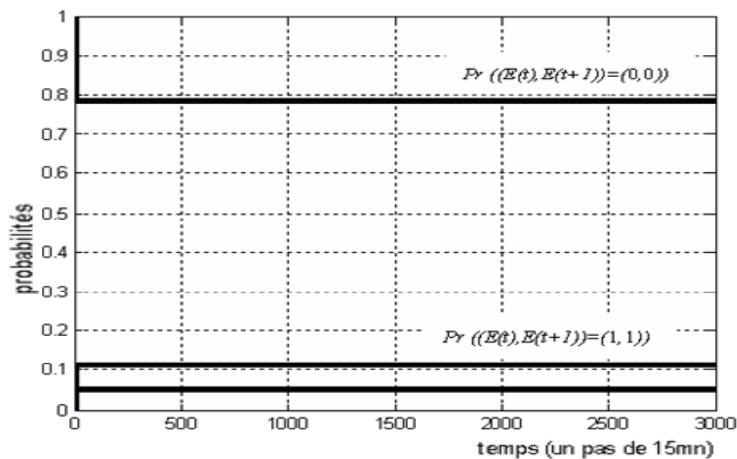
- i. Si deux états successifs sont non précipitants, la probabilité d'avoir un troisième état non précipitant est élevée pour les deux zones. Par contre, la probabilité d'avoir le troisième état précipitant est très faible pour les deux zones.

- ii. La probabilité pour que deux états précipitants successifs soient suivis d'un état précipitant est importante pour les deux zones. En revanche, elle devient faible pour les deux zones quand les états cités ci-dessus sont suivis d'un état non précipitant.
- iii. Si une séquence se compose d'un état précipitant suivi d'un état non précipitant, la probabilité d'avoir l'état suivant non précipitant est très élevée aussi bien sur terre que sur mer. La probabilité pour qu'elle soit suivie d'un état précipitant est plus faible en zone "Mer" qu'en zone "Terre".
- iv. Si la séquence se compose d'un état non précipitant suivi d'un état précipitant, la probabilité d'avoir l'état suivant précipitant est très importante en zone de mer qu'en zone de terre. La probabilité pour que cette séquence soit suivie d'un état non précipitant est plus faible en zone "Mer" qu'en zone "Terre".

Les courbes de la figure 5 donnent l'évolution des distributions de probabilités du doublet d'états (i, j) . Ces courbes ont été obtenues en appliquant l'équation (6).



a) Terre



b) Mer

Figure 5 : Evolution des distributions de probabilités.

Nous constatons, à travers les courbes, que la probabilité d’avoir le doublet d’états (0,0) est plus forte en zone "Mer" qu’en zone "Terre". Dans le cas de doublet d’états (1,1), les deux zones présentent des probabilités assez faibles. De plus, la distribution de probabilités tend vers des probabilités stationnaires.

Les probabilités à priori calculées par l’équation (8) ainsi que les probabilités stationnaires estimées à partir de la chaîne sont données par le tableau 5. Ces résultats montrent que les probabilités à priori et les probabilités stationnaires sont quasiment identiques.

Tableau 5 : Probabilités à priori et stationnaire.

Probabilités	Zone de terre		Zone de mer	
	$P_{(0,0)}$	$P_{(1,1)}$	$P_{(0,0)}$	$P_{(1,1)}$
Probabilités stationnaires (%)	68,4	13,3	78,6	11,2
Probabilités à priori (%)	68,7	13,1	78,8	11,1

CONCLUSION

Ce travail avait pour but de déterminer les probabilités de précipitations ainsi que d’analyser leurs activités et de discerner la différence de leur comportement sur terre et sur mer. Les résultats montrent une différence de la dynamique des précipitations entre la terre et la mer. En effet, les changements d’états se

produisent plus sur la zone terre que sur la zone mer montrant ainsi que l'effet de mémoire est plus présent sur mer que sur terre. De plus, on a pu constater que les probabilités d'avoir des situations précipitantes sont plus élevées sur la zone de terre. Ceci peut s'expliquer par le fait que la température varie plus rapidement sur terre qu'en mer. Tous ces résultats montrent que les précipitations sont bien décrites par les chaînes de *Markov* aussi bien sur terre que sur mer. Cependant, la chaîne de *Markov* du second ordre donne une meilleure représentation des précipitations. Notons néanmoins que les hypothèses markoviennes exploitées dans cet article ne dressent pas une liste exhaustive sur l'activité des précipitations. En effet, l'intensité de précipitation est fonction des saisons et elle est liée à la situation diurne ou nocturne. Il serait intéressant de tester cette technique sur de longues périodes d'observation et d'utiliser des chaînes de *Markov* non homogènes d'ordre plus élevé.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ARNAUD M. (1985). Contribution à l'étude stochastique markovienne des précipitations dans le bassin *Adour-Garonne*. Thèse de Doctorat, Toulouse, (France).
- BERGAOUI Z. (1990). Modélisation stochastique des sécheresses annuelles et pluriannuelles. Thèse de Doctorat d'État, Tunis.
- BILLINGSLEY P. (1960). Statistical methods in *Markov* chains. In Stanford meetings of the Institute of Mathematical Statistics, Chicago, USA.
- CHEZE I., JOURDAIN S. (2003). Calcul des quantiles de durées de retour de la température par la méthode gev. In Calcul des températures à risque, p. 1-50, Météo France, DP/SERV/BEC, Toulouse, France.
- CHIQUET J. (2003). Estimation des températures journalières à l'aide de techniques markoviennes. *Mémoire de DEA TIS*, Compiègne, France.
- CHRETIENNE P., FAURE R. (1974). Processus stochastiques, leurs graphes, leurs usages. France Offset, Aubin, Poitiers, France.
- GABRIEL K.R., NEUMAN I. (1962). *Markov* chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv, Q. J. Roy. Met. Soc, 88, 90-95.
- HESS G.D., LESLIE L.M., GUYMER A.E., FRAEDRICH K. (1989). Application of a *Markov* technique to the operational, short-term forecasting of rainfall, Australian Meteorological Magazine, 37, 2, 83-91.
- LADOY P. (1974). Etude des probabilités de transitions pour les types journaliers de distribution spatiale de la pluie., Actes du 3^{ème} colloque sur l'analyse des données en géographie, Besan, 177-202.
- LIANA C., ELENA C. (2004). Evaluation of the transition probabilities for daily precipitation time series using a *Markov* chain model. The 3rd International Colloquium Mathematics in Engineering and Numerical Physics, p. 82-89, Oct 7-9, Bucharest, Romania.

- MARES I. (1974). A *Markov* chain for evaluation of Moon rainfalls (in Romanian), *Studii si Cercetari de Meteorology*, Part I/139, 203-219.
- MARES I., MARES C. (1993). On extreme events in the precipitation field. *Extreme Hydrological Events: Precipitation, Floods and Droughts*, International Symposium, Yokohama, Japan, Eds. Z.W. Kundzewicz, D.Rosbjerg, S.P.Simonovic and K.Takeuchi, p 307-313.
- SAUVAGEOT H. (1992). *Radar météorologique*. Artech House, Boston, 361p.